

Inteligentne Systemy Informacyjne

Moduł 3

Mieczysław Muraszkiewicz

www.icie.com.pl/lect_pw.htm

Krótką nota dotycząca logiki

Moduł 3

Pytania (FAQ)

Kilka opinii

“Logic is the anatomy of thought” — John Locke

“Logic is not a body of doctrine, but a mirror-image of the world. Logic is transcendental” — Ludwig Wittgenstein

“Pure logic is the ruin of the spirit” — Antoine de Saint Exupery

“Logic is the art of going wrong with confidence” — J. Wood Krutch

“The want of logic annoys. Too much logic bores. Life eludes logic, and everything that logic alone constructs remains artificial and forced” — André Gide

Pytanie 1

**Czy logika jest częścią
filozofii, matematyki,
sztuki, dialogu ?**



Pytanie 2

**Czy zajmuje się analizą
poprawnego
rozumowania, czy
wnioskowania ?**

Pytanie 3

**Czy logika jest wrodzoną cechą umysłu, z która się rodzimy, czy raczej jest umiejętnością nabytą, swego rodzaju przystosowaniem środowiskowo-kulturowym ?
(przykład; implikacja).**

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

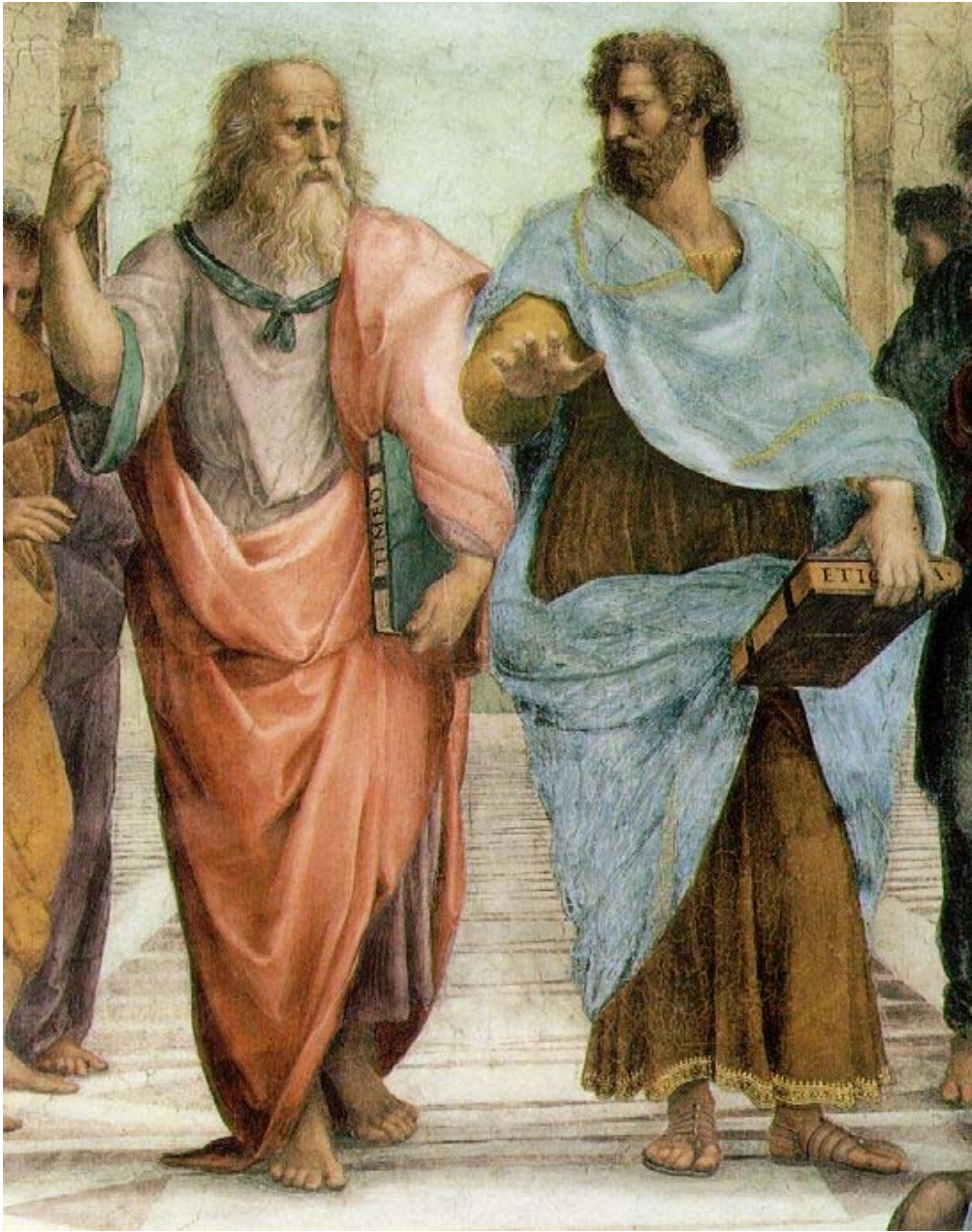
Pytanie 4

**Czy różne (koegzystujące)
światy mogą mieć różne logiki ?**

**(logika mechaniki kwantowej, logika świata
postrzeganego przez człowieka, ...)**



Czym jest logika ?



**Raffaello Santi:
School of Athens (1509-1511)
Vaticano, Rome**

**I saw the Master there of those who know,
Amid the philosophic family,
By all admired, and by all revered;
There Plato too I saw, and Socrates,
Who stood beside him closer than the rest.**

—Dante, The Divine Comedy

Tako rzecze Stagiryta

Dla Arystotelesa logika była narzędziem myślenia - "*Organon*".

Od niego pochodzi termin *sylogizm*.

W jego "*Analitykach pierwszych i wtórych*" znajdujemy przykład sylogizmu:

jeśli każda roślina płaskolistna traci liście, a każdy krzew winorośli jest rośliną płaskolistną, to każdy krzew winorośli traci liście".

Zasady Arystotelesa

Tzw. najwyższe prawa myślenia:

- **Zasada tożsamości**

$p \rightarrow p$, jeżeli p to p

- **Zasada sprzeczności**

$\sim(p \cap \sim p)$ nieprawda, że p i nie p;
– nic nie może być jednocześnie p i nie p

- **Zasada wyłączonego środka**

$p \cup \sim p$ albo coś jest p lub nie p ;
trzeciego wyjścia nie ma – „tertium non datur”

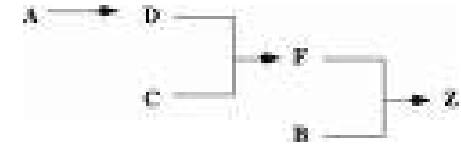
Podział

Logika filozoficzna (od starożytności)	zajmuje się analizą zasad poprawnego rozumowania i wnioskowania. <i>Arystoteles, Kartezjusz, I. Kant</i>
Logika matematyczna (od XIX wieku)	zajmuje się analizą zasad poprawnego wnioskowania, głównie w odniesieniu do bytów matematycznych. <i>G. Bool, G. Frege, i B. Russell, K. Goedel, A. Tarski</i>

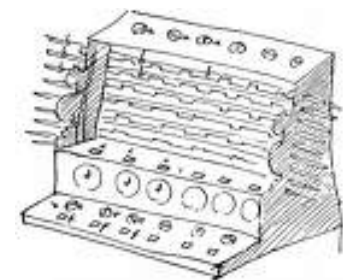
Zarówno logika matematyczna, jak i filozoficzna nie analizuje zawartości merytorycznej badanych zdań, lecz tylko bada czy są one poprawnie skonstruowane z czysto formalnego punktu widzenia.

Cele logiki formalnej

1. Odkrywać, opisywać, badać zasady wnioskowania.
2. Zbadać i wykazać poprawność fundamentów matematyki; znaleźć odpowiedź na tzw. *Entscheidungsproblem*, Hilbert, 1900.
[podać procedurę pozwalającą automatycznie rozstrzygać czy zdanie/ twierdzenie jest prawdziwe, czy fałszywe]
3. Zautomatyzować wnioskowanie (calculus, rachunek).



D. Hilbert



Warto przeczytać klasyków:

K. Ajdukiewicz, „Język i poznanie”, PWM, 1985.

T. Kotarbiński, „Wykłady z dziejów logiki”, PWN, 1985.

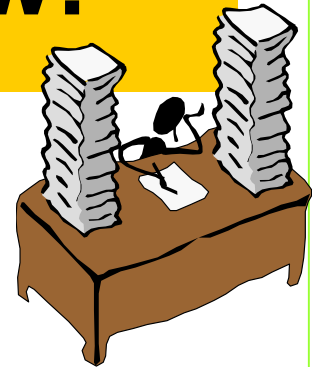
T. Kotarbiński, „Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk”, PWM, 1986.

A. Tarski, „Wprowadzenie do logiki”, Philomath, 1994.

A. Grzegorzczak, „Zarys logiki matematycznej”, PWN, 1981.

W. Pogorzelski, „Klasyczny rachunek kwantyfikatorów. Zarys teorii”, PWN, 1981.

<http://pl.wikipedia.org/wiki/Kategoria:Logika>



Logicy polscy



T. Kotarbiński



A. Tarski



K. Ajdukiewicz



S. Leśniewski



J. Łukasiewicz

Inni giganci



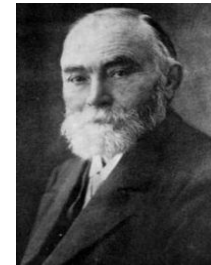
B. Bolzano



G. Leibniz



G. Boole



F. G. Frege



B. Russell



K. Gödel



A. Turing



G. Chaitin

A Ty ?



Szkic logiki matematycznej

Składniki logiki

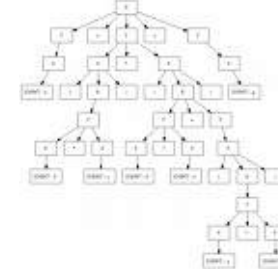
- **język,**
- **semantyka,**
- **mechanizm inferencyjny.**



Język

Alfabet (zbiór symboli):

- stałe indywidualowe,
- zmienne indywidualowe,
- funkcje n-argumentowe,
- relacje n-argumentowe czyli predykaty,
- spójniki logiczne [\Rightarrow , \neg],
- kwantyfikator ogólny [\forall],
- znaki interpunkcyjne [, ()]

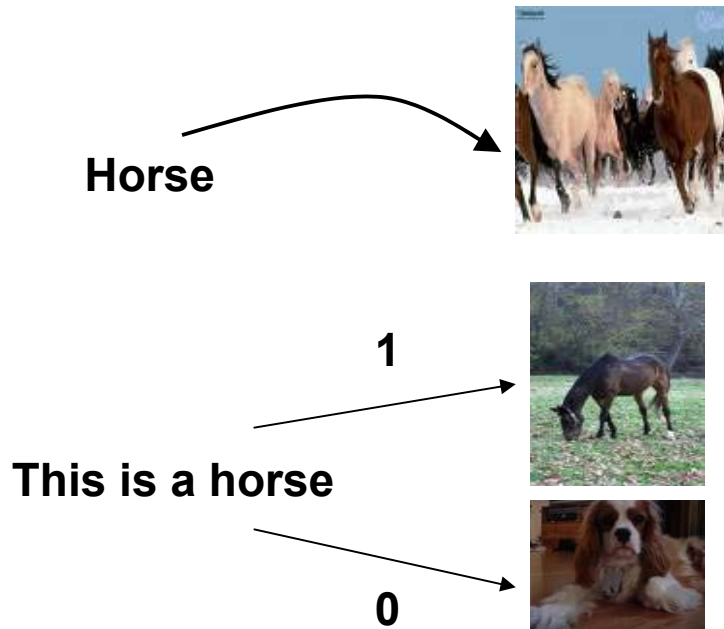


Syntaktyka czyli składnia:

- **termy** (zbudowane ze stałych, zmiennych i funkcji) - reprezentują obiekty ze świata,
- **formuły** (zbudowane z predykatów i termów) - reprezentują fakty o świecie.

Semantyka

Semantyka opisuje związek pomiędzy językiem a "światem rzeczywistym".



Poprawnym gramatycznie zdaniom przypisuje się wartości logiczne.

- **prawda** (1, T) lub
- **fałsz** (0, F)

Semantyka (teoria modeli)

Semantyka opisuje związek pomiędzy językiem a "światem rzeczywistym" (nazywanym *strukturą*).
 $S = \langle D, F, R, \Sigma \rangle$, D - dziedzina; F - zbiór funkcji, R ,
zbiór relacji, Σ - realizacja języka (interpretacja).

Wartościowanie termów i formuł. Jeśli α spełniona w S , to S jest *modelem* formuły α .

Formuła α jest *semantyczną konsekwencją* zbioru formuł Φ wtt dowolny model zbioru Φ jest modelem formuły α , co zapisujemy $\Phi \models \alpha$

Mechanizm inferencyjny

Reguły wnioskowania, np.

modus ponens - $\alpha, \alpha \Rightarrow \beta / \beta ;$

Robinsona rezolucja - $A \vee B, C \vee \neg B / A \vee C$

uogólniania - $\alpha / \forall x \alpha$

Dowód formuły ϕ

**Jest to ciąg formuł ze zbioru Φ
wyprowadzalnych za pomocą
przyjętych reguł wnioskowania
taki, że ostatnim elementem ciągu
jest ϕ .**

Teoria

Teoria jest sformalizowanym opisem świata rzeczywistego.

W logice jest to pojęcie *par excellence* syntaktyczne.

Teoria = <

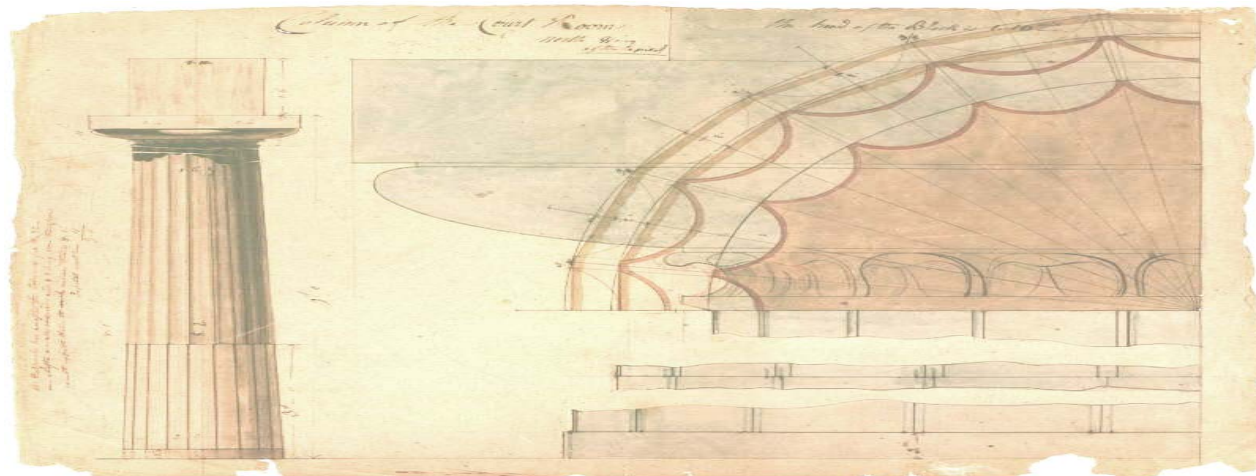
- język, czyli zbiór formuł,
- zbiór aksjomatów logicznych,
- zbiór aksjomatów specyficznych,
- reguły wnioskowania >



Aksjomaty logiczne (tautologie) i reguły wnioskowania są ustalone. A więc teorię określa się przez podanie symboli i aksjomatów specyficznych, co w praktyce oznacza, że teorię można utożsamiać ze zbiorem aksjomatów specyficznych.

Ważne stwierdzenie

**Systemy informacyjne
„w logice” są teoriami.**



Teorie monotoniczne

Teoria jest *monotoniczna* wtt
zbiór jej twierdzeń powiększa
się ze wzrostem liczby
aksjomatów specyficznych.

Logiki klasyczne są
monotoniczne.

Pytanie

**Czy relacyjna
baza danych jest
teorią ?**

Rachunek predykatów

Oznaczenie:

Fakt, że formuła ϕ jest wyprowadzalna z teorii T (jest jej twierdzeniem)

oznaczamy jako: $T \vdash \phi$

Jeśli zbiór aksjomatów specyficznych jest pusty, to mamy do czynienia z *rachunkiem predykatów*.

Kilka definicji i metatwierdzeń

Teoria niesprzeczna

Teoria jest *niesprzeczna*
wtt dla dowolnej formuły
 ϕ , formuły $\neg\phi$ oraz ϕ nie
są jednocześnie
twierdzeniami tej teorii.

Teoria zupełna

Teoria T jest **zupełna** wtt dla każdej formuły (zamkniętej) ϕ tej teorii albo $\neg\phi$ albo ϕ jest twierdzeniem tej teorii, tzn. $T \vdash \phi$ albo $T \vdash \neg\phi$

(jeśli baza danych jest teorią zupełną, to odpowie na każde pytanie dotyczące świata rzeczywistego reprezentowanego przez tę bazę).

Ważne metatwierdzenie

$$\mathbf{T} \vdash \phi \quad \mathbf{wtt} \quad \mathbf{T} \models \phi$$

Podstawa tworzenia inteligentnych systemów inf.

Teoria rozstrzygalna

Teorię nazywa się *rozstrzygalną* wtt w skończonej liczbie kroków można stwierdzić czy dowolna formuła należąca do języka tej teorii jest czy nie jest jej twierdzeniem.

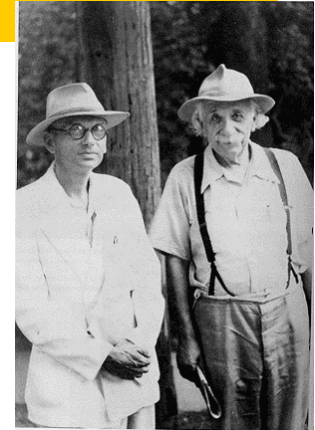
Teoria półrozstrzygalna

Teorię nazywa się *półrozstrzygalną* wtt w skończonej liczbie kroków można udowodnić każde twierdzenie tej teorii.

Dla takich teorii nie ma gwarancji, że w skończonej liczbie kroków można rozstrzygnąć, iż dana formuł nie jest twierdzeniem w T ("program się pętli").

Twierdzenie Goedla

Teorie pierwszego rzędu w ogólnym przypadku nie są rozstrzygalne, lecz są półrozstrzygalne.



Uwaga: są rozstrzygalne klasy formuł (zawierające tylko predykaty jednoargumentowe, poprzedzone tylko kwantyfikatorami ogólnymi albo tylko egzystencjalnymi).

Logiczne systemy informacyjne

Odpowiadanie na kwerendy

Odpowiadanie na pytania w logicznych systemach informacyjnych polega na potraktowaniu pytania jako twierdzenia (zdania oznajmującego) i próbie udowodnienia go.

Przykład

Baza wiedzy

Baza faktów

Matka(Anna, Kasia),
Matka(Anna, Tomek),
Rodzeństwo(Jacek, Kasia),
Rodzeństwo(Irena, Maria),
Ojciec(Jan, Kasia),
Dziecko(Kasia, Anna, Jan),
...

Baza reguł

$\text{Matka}(x, y) \wedge \text{Matka}(x, z) \rightarrow$
 $\text{Rodzeństwo}(y, z),$
 $\text{Matka}(x, y) \wedge \text{Ojciec}(z, y) \rightarrow$
 $\text{Dziecko}(y, x, z),$
...

PYTANIE

Czy Tomek i Kasia są rodzeństwem ?

FORMUŁA

$\text{Rodzeństwo}(\text{Tomek}, \text{Kasia})$

ODPOWIEDŹ

$\text{Matka}(x, \text{Tomek}) \wedge \text{Matka}(x, \text{Kasia})$
 $\rightarrow \text{Rodzeństwo}(\text{Tomek}, \text{Kasia})$

jest prawdziwe z bazy reguł

$\text{Matka}(\text{Anna}, \text{Tomek}),$
 $\text{Matka}(\text{Anna}, \text{Kasia})$

są prawdziwe z bazy faktów

a zatem na mocy modus ponens

$\text{Rodzeństwo}(\text{Tomek}, \text{Kasia})$ jest
prawdziwe, czyli są rodzeństwem.

Cechy (zalety) baz opartych na logice

1. **Język opisu zbliżony jest do języka naturalnego.**
2. **Uniwersalność języka logiki - opisuje bazę wiedzy (fakty, reguły, zależności semantyczne), jest językiem manipulacji w tym językiem zapytań, tzn. jest DDL i DML.**
3. **Deklaratywność (a nie proceduralność), co ułatwia komunikację.**
4. **Większa moc ekspresji niż bazy tradycyjne (np. "Janek zawsze ma słodczyce lub owoce", "Kowalski nie jest inżynierem").**
5. **Modularność opisu.**
6. **Prowadzenie wnioskowania (np. wg. Robinsona schematu rezolucji: $A \vee B, C \vee \neg B / A \vee C$).**

Wady baz opartych na logice

1. Obowiązuje tw. Goedla.



2. Duża złożoność obliczeniowa.

